الحـل : طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين
= ٩ - ٤ = ٥

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى = مركز الفئة الأولى - $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)
= ٤ - $\frac{١}{٢}$ (٥)
= ١.٥

الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى = مركز الفئة الأولى + $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)
= ٤ + $\frac{١}{٢}$ (٥)
= ٦.٥

ثم تضاف طول الفئة على الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى لينتج الحد الأدنى الحقيقي للفئة الثانية وهكذا

ثم تضاف طول الفئة على الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى لينتج الحد الأعلى الحقيقي للفئة الثانية وهكذا .

أما الحد الأدنى للفئة الأولى فهو أقرب عدد صحيح للحد الأدنى الحقيقي وهو٢ أي باضافة نصف الى الحد الأدنى الحقيقي بينما الحد الأعلى فهوبطرح نصف من الحد الأعلى الحقيقي . لذا فحدي الفئة الأولى هما (٢-٦) ثم تضاف طول الفئة بعدئذ لكل من الحد الأدنى والحد الأعلى لأيجاد حدود الفئات الأخرى .

أما التكرار النسبي لأي فئة = $\frac{\text{تكرار الفئـــة}}{\text{مجموع التكرارات}}$

فمثلاً التكرار النسبي للفئة الأولى = $\frac{٢}{٥٠}$ = ٠.٠٤

أما التكرار المئوي = التكرار النسبي × ١٠٠
كما مبين ذلك في الجدول أدناه

الفئات	مركز الفئات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
٢ – ٦	٤	١,٥ – ٦,٥	٢	٠,٠٤	٤
٧ – ١١	٩	٦,٥ – ١١,٥	٥	٠,١٠	١٠
١٢ – ١٦	١٤	١١,٥ – ١٦,٥	١٠	٠,٢٠	٢٠
١٧ – ٢١	١٩	١٦,٥ – ٢١,٥	٢٥	٠,٥٠	٥٠
٢٢ – ٢٦	٢٤	٢١,٥ – ٢٦,٥	٨	٠,١٦	١٦
			٥٠	١,٠٠	

مثال (٤) نفرض أن عدد مفردات ظاهرة ما هو ١٥٠ مفردة وان أقل قيمة بينها = ٥,١٨ وأعلى قيمة = ٧,٤٤

فالمطلوب أيجاد:

(أ) حدود الفئات

(ب) مراكز الفئات

(جـ) الحدود الحقيقية للفئات

التي قد تستعمل في انشاء جدول توزيع تكراري لهذه القيم .

الحل :

(أ) المدى = ٧,٤٤ – ٥,١٨ = ٢,٢٦

لنفرض ان عدد الفئات المناسبة المختارة = ٨

$$\text{طول الفئة} = \frac{٢,٢٦}{٨} = ٠,٢٨$$

اذن طول الفئة سنعتبرها = ٠,٣

وبما أن أقل قيمة = ٥,١٨

نبدأ بالحد الأدنى للفئة الأولى بـ ٥,١٠

ثم نضيف طول الفئة للحد الأدنى للفئة الاولى لايجاد الحد الأدنى للفئة الثانية أي

٥,١٠ + ٠,٣٠ = ٥,٤٠

أما الحدود العليا ، فبما ان قيم الظاهرة مقرب الى رقمين عشريين ، لذا فان

لذلك يجب أخذ مركزين عشريين

الحد الاعلى للفئة الاولى = الحد الأدنى للفئة الثانية – ٠,٠١

أي الحد الأعلى للفئة الاولى = ٥,٤٠ – ٠,٠١ = ٥,٣٩

ثم نضيف طول الفئة للحد الاعلى للفئة الاولى لايجاد الحد الأعلى للفئة الثانية وهكذا ..

(ب) ثم نستخرج مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$

فمركز الفئة الاولى = $\frac{٥,١٠ + ٥,٣٩}{٢}$

= ٥,٢٤٥

ملاحظة : إن عيب مركز الفئة هنا انها لا تطابق قيم المفردات .

(ج) أما الحدود الحقيقية فتستخرج بالطريقة التالية :

الحد الأدنى الحقيقي = مركز الفئة – $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)

فمثلا الحد الادنى الحقيقي للفئة الاولى = ٥,٢٤٥ – $\frac{١}{٢}$ (٠,٣٠)

= ٥,٠٩٥

والحد الاعلى الحقيقي = مركز الفئة + $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)

فالحد الاعلى الحقيقي للفئة الاولى = ٥,٢٤٥ + $\frac{١}{٢}$ (٠,٣)

= ٥,٣٩٥

ثم إضافة طول الفئة للحد الادنى الحقيقي للفئة الاولى لايجاد الحد الادنى الحقيقي للفئة الثانية وهكذا بالنسبة للحدود العليا الحقيقية ايضا كما مبين في الجدول ادناه

حدود الفئـــات	الحـدود الحقيقيـة	مراكز الفئـات
٥,١٠ – ٥,٣٩	٥,٠٩٥ – ٥,٣٩٥	٥,٢٤٥
٥,٤٠ – ٥,٦٩	٥,٣٩٥ – ٥,٦٩٥	٥,٥٤٥
٥,٧٠ – ٥,٩٩	٥,٦٩٥ – ٥,٩٩٥	٥,٨٤٥
٦,٠٠ – ٦,٢٩	٥,٩٩٥ – ٦,٢٩٥	٦,١٤٥
٦,٣٠ – ٦,٥٩	٦,٢٩٥ – ٥,٥٩٥	٦,٤٤٥
٦,٦٠ – ٦,٨٩	٦,٥٩٥ – ٦,٨٩٥	٦,٧٤٥
٦,٩٠ – ٧,١٩	٦,٨٩٥ – ٧,١٩٥	٧,٠٤٥
٧,٢٠ – ٧,٤٩	٧,١٩٥ – ٧,٤٩٥	٧,٣٤٥

مثال (٥) إذا علمت بأن عدد مفردات المتغير = ٥٠ (أي $\sum f_i = 50$)

فمن جدول التوزيع التكراري النسبي التالي :

الفئـــات	التكرار النسبي
٢٠ – ٣٩	٠,١٢
٤٠ – ٥٩	٠,٢٨
٦٠ – ٧٩	٠,٣٦
٨٠ – ٩٩	٠,٢٠
١٠٠ – ١١٩	٠,٠٤

اوجد التكرارات ومراكز الفئات والحدود الحقيقية والتكرار المئوي لهـذا الجـــدول .

الحـل :

$$\text{التكرار النسبي لأي فئة} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{التكرار الكلي}}$$

تكرار الفئة = التكرار النسبي × التكرار الكلي

تكرار الفئة الاولى = ٠,١٢ × ٥٠ = ٦

تكرار الفئة الثانية = ٠,٢٨ × ٥٠ = ١٤

وهكذا

$$\text{أما مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{٢}$$

$$\text{مركز الفئة الأولى} = \frac{٢٠ + ٣٩}{٢} = ٢٩,٥$$

$$\text{مركز الفئة الثانية} = \frac{٤٠ + ٥٩}{٢} = ٤٩,٥$$

وهكذا

أما طول الفئة = الحد الأعلى للفئة – الحد الأدنى للفئة + ١

أو = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

طول الفئة = ٣٩ – ٢٠ + ١ = ٢٠

أما الحد الأدنى الحقيقي = مركز الفئة – $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة)

فالحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى = ٢٩,٥ – $\frac{١}{٢}$ (٢٠) = ١٩,٥

بينما الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى = ٢٩,٥ + $\frac{١}{٢}$ (٢٠) = ٣٩,٥

وهكذا

أما التكرار المئوي = التكرار النسبي × ١٠٠

فالتكرار المئوي للفئة الأولى = ٠,١٢ × ١٠٠ = ١٢

وهكذا كما مبين في الجدول أدناه :

الفئات	التكرار	مركز الفئات	الحدود الحقيقية	التكرار النسبي	التكرار المئوي
٢٠ – ٣٩	٦	٢٩,٥	١٩,٥ – ٣٩,٥	٠,١٢	١٢
٤٠ – ٥٩	١٤	٤٩,٥	٣٩,٥ – ٥٩,٥	٠,٢٨	٢٨
٦٠ – ٧٩	١٨	٦٩,٥	٥٩,٥ – ٧٩,٥	٠,٣٦	٣٦
٨٠ – ٩٩	١٠	٨٩,٥	٧٩,٥ – ٩٩,٥	٠,٢٠	٢٠
١٠٠ – ١١٩	٢	١٠٩,٥	٩٩,٥ – ١١٩,٥	٠,٠٤	٤
	٥٠			١,٠٠	١٠٠

مثال (٦) الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لأوزان (٦٥ طالباً بالكيلوغرامات)

فئات الوزن	التكرار (عـدد الطلبة)
٥٠ – ٥٤	٨
٥٥ – ٥٩	١٠
٦٠ – ٦٤	١٦
٦٥ – ٦٩	١٤
٧٠ – ٧٤	١٠
٧٥ – ٧٩	٥
٨٠ – ٨٤	٢
	٦٥

والمطلوب عمل جدول توزيع تكراري تجميعي تصاعدي وتنازلي ومنهما استنتج مايلي :

(أ) ماهو عدد الطلبة الذي اوزانهم تقل عن ٧٠ كغم ؟

(ب) ماهي نسبة الطلبة الذي اوزانهم تقل ٧٠ كغم ؟

(جـ) ماهو عدد الطلبة الذي أوزانهم لايقل عن ٦٠ كغم ؟

(د) ماهو عدد الطلبة الذي اوزانهم لاتقل عن ٦٠ كغم ولكنها أقل من ٨٠ كغم ؟

الحـل :

جدول توزيع تكراري تجميعي تصاعدي

حدود الفئات	التكرار التجميعي التصاعدي
أقل من ٥٠	٠
أقل من ٥٥	٨
أقل من ٦٠	١٨
أقل من ٦٥	٣٤
أقل من ٧٠	٤٨
أقل من ٧٥	٥٨
أقل من ٨٠	٦٣
أقل من ٨٥	٦٥

جدول توزيع تكراري تجميعي تنازلي

حدود الفئات	التكرار التجميعي التنازلي
٥٠ فأكثر	٦٥
٥٥ فأكثر	٥٧
٦٠ فأكثر	٤٧
٦٥ فأكثر	٣١
٧٠ فأكثر	١٧
٧٥ فأكثر	٧
٨٠ فأكثر	٢
٨٥ فأكثر	٠

(أ) من جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي

عدد الطلبة الذين اوزانهم أقل من ٧٠ كغم = ٤٨

(ب) أما نسبة هؤلاء الطلبة = $\frac{٤٨}{٦٥} \times ١٠٠ = ٧٣,٨$

(جـ) من جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي

عدد الطلبة الذين أوزانهم لا تقل عن ٦٠ كغم = ٤٧

(د) من جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي

عدد الطلبة الذين أوزانهم لاتقل عن ٦٠ ولكنها أقل من ٨٠ كغم

٤٥ = ٢ − ٤٧

(هـ) الحد الادنى الحقيقي للفئة الخامسة ؟

الحـل : الحد الأدنى الحقيقي = مركز الفئة الخامسة − $\frac{1}{2}$ (طول الفئة الخامسة

$$= ٩٤,٥ - \frac{١}{٢} (١٠) = ٨٩.٥$$

أو = $\frac{\text{الحد الادنى للفئة الخامسة + الحد الأعلى للفئة الرابعة}}{٢}$

$$= \frac{٨٩ + ٩٠}{٢} = ٨٩.٥$$

(و) تكرار الفئة الثالثة

الحـل : ١٦

(ز) التكرار النسبي للفئة الثالثة

الحل : $\frac{١٦}{٦٥} = ٠.٢٤٦$

مثال (٣) أكمل جدول التوزيع التكراري التالي :

الفئات	مركز الفئات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
	٤		٢		
	٩		٥		
	١٤		١٠		
	١٩		٢٥		
	٢٤		٨		
المجموع			٥٠		